

Eine spezielle Integraleigenschaft harmonischer Funktionen

Es sei $u = u(x)$ harmonisch in einem Gebiet $\Omega \subset \mathbb{R}^n$. Ferner seien $0 < a \leq b \leq c$ reelle Zahlen mit $ac = b^2$ und $x_0 \in \Omega$ mit $B_c(x_0) \subset \Omega$.

Zeigen Sie, dass dann gilt:

$$\int_{|\omega|=1} u(x_0 + a\omega) u(x_0 + c\omega) d\omega = \int_{|\omega|=1} u^2(x_0 + b\omega) d\omega.$$